Vecteurs vitesse et accélération

Représentation graphique

On représente par un vecteur $\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$ la vitesse instantanée d'un point A appartenant au solide (S_1) par rapport à un solide (S_0)

Ce vecteur est caractérisé par:

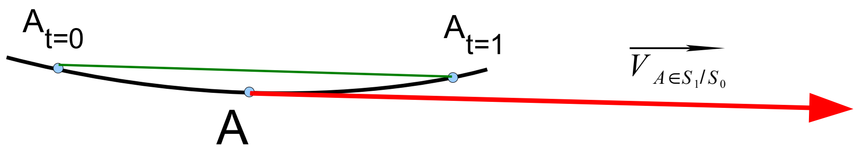
- *son point d'application*: A
- *sa direction*: tangente à la trajectoire*
- *son sens*: celui du mouvement
- *son module (ou sa norme)* en m/s

* A propos de la direction du vecteur vitesse:

la vitesse instantanée d'un point est en fait une vitesse moyenne calculée sur un temps très court.

$$V_{A\in S_1/S_0} = \frac{d(A_{t=0}A_{t=1})}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{d(A_{t=0}A_{t=1})}{\Delta t}$$

Quelque soit le type de trajectoire étudié, lorsque la distance entre les points est petite, l'hypothèse que l'arc et la corde de la courbe sont égaux sera retenue.
La représentation graphique donne une tangente à la trajectoire étudiée.



Mouvement de translation

• Vecteur vitesse

Dans un mouvement de translation, tous les points du solide ont la même vitesse.

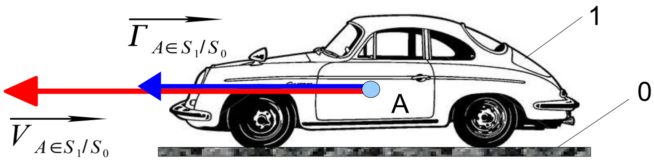
- si la translation est rectiligne, $\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$ est sur la trajectoire
- si la translation est circulaire, $\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$ est tangent à la trajectoire

• Vecteur accélération

Dans un mouvement de translation rectiligne:

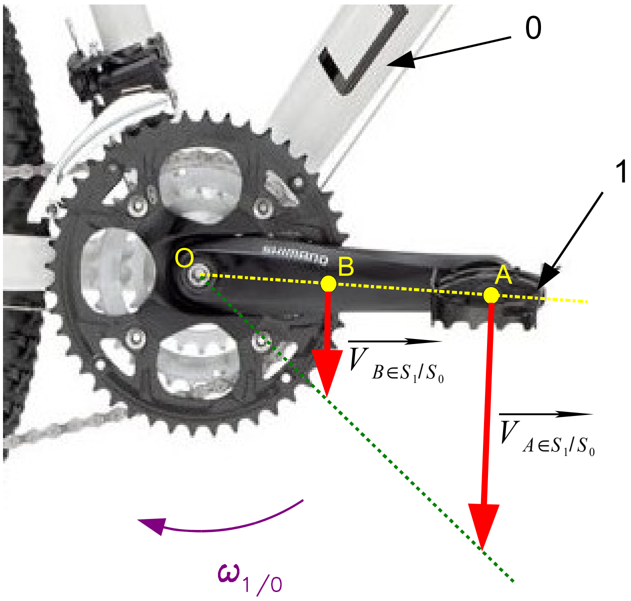
- le vecteur accélération $\overrightarrow{\Gamma_{A\in S_1/S_0}}$ et le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$ et $\overrightarrow{\Gamma_{A\in S_1/S_0}}$ sont dans le même sens si le mouvement est accéléré.*(cas ci-dessous)*
$\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$ et $\overrightarrow{\Gamma_{A\in S_1/S_0}}$ sont de sens opposé si le mouvement est freiné (ou décéléré)



Mouvement de rotation

• Vecteur vitesse



La vitesse instantanée d'un point appartenant à (1) varie en fonction de la fréquence de rotation et de la position du point par rapport au centre de rotation.

Pour une fréquence de rotation donnée, plus on s'éloigne du centre de rotation, plus la vitesse linéaire du point augmente (il y a une trajectoire plus longue à parcourir)

Le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$ est tel que:

$\overrightarrow{V_{A\in S_1/S_0}}$

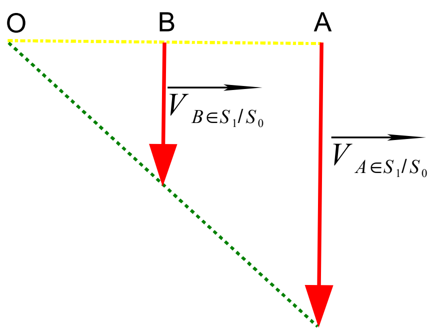
- *point d'application*: A
- *direction*: perpendiculaire au rayon (OA)
- *sens*: celui de $\omega_{1/0}$
- *module*: $\boxed{V_{A\in S_1/S_0} = \omega_{1/0} \cdot OA}$

avec: $V_{A\in S_1/S_0}$ *en* **m/s**

$\omega_{1/0}$ *en* **rad/s**

OA *en* **m**

Propriété:



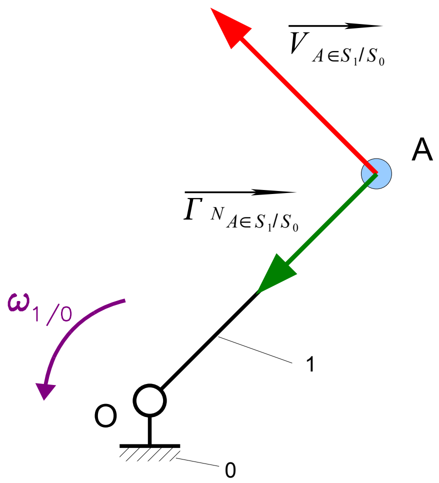
les vecteurs vitesses sont proportionnels à leur distance de l'axe de rotation.
On peut donc les déduire les uns des autres par la propriété de Thalès:

$$\omega_{1/0} = \frac{V_{A\in S_1/S_0}}{OA} = \frac{V_{B\in S_1/S_0}}{OB}$$

On appelle aussi cette propriété "propriété du champ des vecteurs vitesses".

• Vecteurs accélérations

•• Accélération normale:



L'accélération normale d'un point A en rotation est représentée par un vecteur tel que:

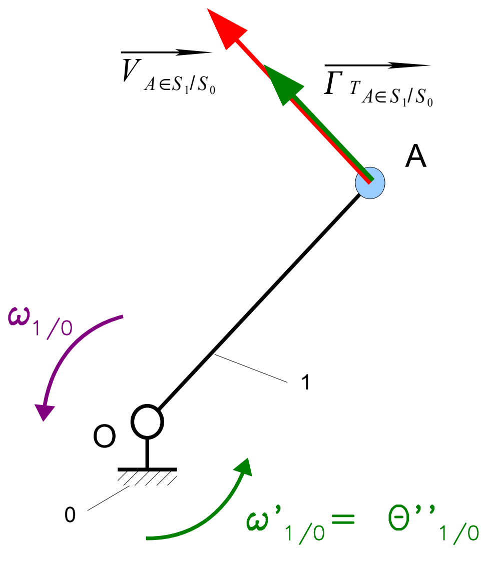
$\overrightarrow{\Gamma_{N\,A\in S_1/S_0}}$
- *point d'application*: A
- *direction*: rayon (OA)
- *sens*: vers le centre O
- *module*: $\left\|\overrightarrow{\Gamma_{N\,A\in S_1/S_0}}\right\| = \omega_{1/0}^2 \cdot OA$

avec: $\left\|\overrightarrow{\Gamma_{N\,A\in S_1/S_0}}\right\|$ *en* **m/s²**
$\omega_{1/0}$ *en* **rad/s**
OA *en* **m**

Remarque:
- l'accélération normale existe dès lors qu'un solide est en mouvement de rotation, de translation circulaire, ou en mouvement plan.

- l'accélération normale est aussi appelée "*accélération centripète*". *(voir le cours de dynamique)*

•• Accélération tangentielle



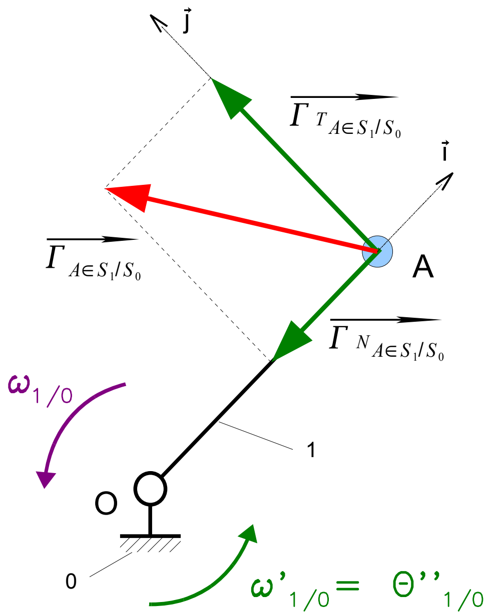
L'accélération tangentielle d'un point A en rotation est représentée par un vecteur tel que:

$\overrightarrow{\Gamma_{T\,A\in S_1/S_0}}$
- *point d'application*: A
- *direction*: perpendiculaire au rayon (OA)
- *sens*: - celui de $\omega_{1/0}$: accélération
  - inverse à $\omega_{1/0}$: freinage
- *module*: $\left\|\overrightarrow{\Gamma_{T\,A\in S_1/S_0}}\right\| = \theta''_{1/0} \cdot OA$

avec: $\left\|\overrightarrow{\Gamma_{T\,A\in S_1/S_0}}\right\|$ *en* **m/s²**
$\Theta''_{1/0}$ *en* **rad/s²**
OA *en* **m**

Remarque:
- l'accélération tangentielle est fonction de l'accélération angulaire Θ'' (ou ω') et du rayon (OA)

•• <u>Accélération d'un point</u> *(cas général)*



Accélération générale d'un point dans le plan:

$$\overrightarrow{\Gamma_{A\in S_1/S_0}} = \overrightarrow{\Gamma_{N_{A\in S_1/S_0}}} + \overrightarrow{\Gamma_{T_{A\in S_1/S_0}}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{A\in S_1/S_0}} = -\omega_{1/0}^2 \cdot R \cdot \vec{i} + \theta''_{1/0} \cdot R \cdot \vec{j}}$$

avec R = OA (rayon)